

**Bojan ŽLENDER**

doc.dr., dipl.ing.grad., Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo

**Stanislav ŠKRABL**

doc.dr., dipl.ing.grad., Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo

**Ludvik TRAUNER**

red.prof.dr., dipl.ing.grad., Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo

## **VPLIV TRENJA NA STABILNOST KONZOLNO VPETIH PILOTNIH STEN**

**POVZETEK:** Članek podaja teoretične osnove za analize stabilnosti konzolno vpetih pilotnih sten po metodah mejnih stanj. Prikazan je vpliv trenja med masivnimi podpornimi konstrukcijami in zalednimi zemljinimi na stabilnost konzolno vpetih pilotnih sten. Za analizo je uporabljena metoda mejnih ravnovesnih stanj s hkratno elasto-plastično analizo izbrane konstrukcije na Mohr-Coulombovem elasto-plastičnem reološkem modelu. Konzolno vpeta pilotna stena je analizirana po teoriji linearne elastičnosti. Rešitev interakcije je podana v inkrementalno iteracijski obliki. Uporabljena je metoda končnih elementov. Uporabnost predlaganega modela numerične analize je prikazana na konkretnem primeru analize stabilnosti konzolno vpete pilotne stene.

## **INFLUENCE OF FRICTION ON THE STABILITY OF CANTILEVERED PILE WALLS**

**SUMMARY:** The theoretical basis for stability analyses of cantilevered pile walls according to limit state methods is presented in the paper. The influences of friction between massive retaining structures and soils on the stability of cantilevered pile walls are shown. The limit equilibrium state method and the Mohr-Coulomb elasto-plastic rheological model are used in the analysis. Employing the finite element method the solution of the problem is linearized and given in the incremental - iterative procedure form. The usefulness of the proposed numerical procedure is shown with the practical example.

## UVOD

Stabilnost geotehničnih konstrukcij je ponavadi odvisna od mnogih vplivnih faktorjev kot so reološke lastnosti zemljin, ki tvorijo tla (še posebej strižna trdnost zemljin), možnosti trenja med konstrukcijo in zemljino, hitrosti naraščanja obremenitev, pogojev dreniranja zemljin itd.. V analizah stabilnosti pogosto uporabljamo metode mejnega ravnovesnega stanja.

Praviloma upoštevamo najmanj dve vrsti mejnih stanj in sicer: mejno stanje porušitve in mejno stanje uporabnosti konstrukcije. Mejno stanje porušitve geotehničnih konstrukcij izražamo s porušitvijo ali popolno izgubo globalne stabilnosti obravnavanega geotehničnega objekta. Mejno stanje uporabnosti izražamo z več faktorji; glede na sprejemljive deformacije (pomike), razpoke, plastifikacije in druge poškodbe, ki vplivajo na uporabnost objekta.

Stabilnost vitkih vpetih podpornih konstrukcij zagotavljamo z njihovo vpetostjo v tla. Pojem vitkosti je relativen in je odvisen predvsem od izbranega modela geotehnične analize. Med vitke podporne konstrukcije prištevamo vse tiste pri katerih je prispevek odpore tal na temeljni ploskvi k stabilnosti bistveno manjši od prispevka na vertikalnih (bočnih) ploskvah konstrukcije. V nadaljevanju bo predstavljen primer analize stabilnosti konzolno vpete pilotne stene, s poudarkom na upoštevanju trenja, ki se pojavi na kontaktu med steno in zemljinami.

## TEORETIČNA PODLAGA

### Mejno stanje porušitve

V geotehnični praksi se pogosto uporabi numerični model s pripadajočimi aktivnimi in pasivnimi zemeljskimi pritiski. Strižna trdnost zemljin je podana po Mohr-Coulombovi porušitveni teoriji:

$$\tau_f = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi \quad (1)$$

Kjer  $\tau_f$ ,  $c$  in  $\sigma$  pomenijo strižno trdnost, normalno napetost in strižni kot zemljine. Dejanska oz. dopustna računska strižna trdnost, ki zagotavlja varnost konstrukcije lahko znaša:

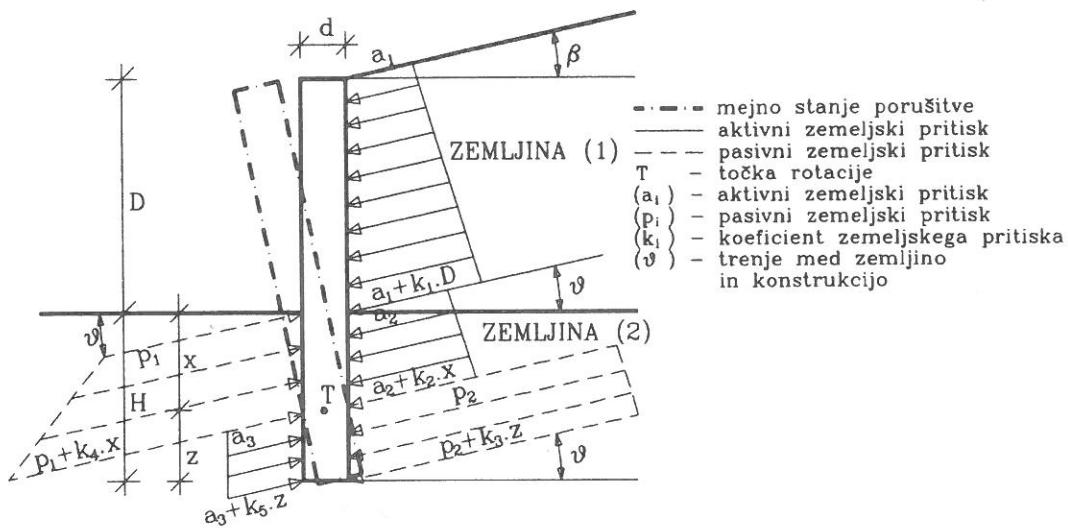
$$\tau_m = c_m + \sigma \operatorname{tg} \varphi_m \quad (2)$$

kjer  $c_m$  in  $\varphi_m$  označujeta dopustne oz. mobilizirane deleže kohezijske in trenjske komponente strižne trdnosti, ki ju izvrednotimo:

$$c_m = c / F_c \quad (3)$$

$$\varphi_m = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \varphi / F_\varphi) \quad (4)$$

$F_\varphi$  in  $F_c$  sta parcialna varnostna količnika za zemljine. Z ozirom na zanesljivost posameznih deležev strižne trdnosti morata za zagotovitev varnosti konstrukcije dosegati vrednosti ( $F_c = 2.0 - 3.0$ ) in ( $F_\varphi = 1.2 - 1.8$ ). Za definicijo enotne varnosti konstrukcije ( $F$ ) predlagamo, da se geotehnične analize po metodi mejnih ravnovesnih stanj izvajajo s parcialnima količnikoma  $F_\varphi = (1.2 - 1.8)$  in  $F_c = 5F/3$ .



Slika 1. Model mejnega ravovesnega stanja vpetih podpornih konstrukcij

Za zagotovitev stabilnosti konstrukcije morata biti izpolnjena ravovesna pogoja:

$$\sum H = 0$$

$$z^2(k_3 - k_5) + 2z(p_2 - a_3) + 2a_1D + k_1D^2 + 2a_2x + k_2x^2 - 2p_1x - k_4x^2 = 0 \quad (5)$$

$$\sum M = 0$$

$$z^2(p_2 - a_3 - 3k_5d \tan \vartheta) + z(4a_1D + 2k_1D^2 + 4(a_2 - p_1)x + 2(k_2 - k_4)x^2 - 6a_3d \tan \vartheta) + a_1D(3D + 6x) + k_1D^2(D + 3x) + 3(a_2 - p_1)x^2 + (k_2 - k_4)x^3 - (p_1x + k_4x^2 / 3)6d \tan \vartheta = 0 \quad (6)$$

Z rešitvijo prikazanega sistema nelinearnih enačb (5) in (6) izvrednotimo potrebno minimalno globino vpetosti konstrukcije ( $x$ ) in ( $z$ ) za izbrani varnostni količnik  $F$ . Mejne vrednosti pasivnih in aktivnih zemeljskih pritiskov izvrednotimo z uporabo že znanih in preiskušenih postopkov za ukrivljene potencialne porušne ploskve.

#### Mejno stanje uporabnosti

Mejno stanje uporabnosti v geotehniki izražamo po več kriterijih. Najpogosteji je kriterij dopustnih deformacij (relativni pomiki). Dopustne deformacije so tiste, ki še zagotavljajo normalne pogoje uporabnosti konstrukcij. Pogoji uporabnosti so za posamezne geotehnične konstrukcije različni in so odvisni predvsem od funkcije, ki jo konstrukcija opravlja v prostoru. Za običajne podporne konstrukcije, kot so konzolno vpete pilotne stene, ki varujejo zemljinska pobočja pred porušitvijo, velja kriterij, da lahko relativni pomiki znašajo 0.33% višine obravnavane konstrukcije. Pogosti so še kriteriji mejnega stanja uporabnosti z ozirom na še sprejemljive razpoke, plastifikacije, kriteriji zmrzovanja, trajnosti konstrukcij itd., ki so opredeljeni z ustreznimi predpisi in jih v nadaljevanju ne bomo obravnavali.

V numeričnih analizah pričakovanih deformacij podporne smo zemljine upoštevali kot elasto-plastične materiale z Mohr Coulomb-ovim kriterijem popuščanja medtem, ko smo podporno konstrukcijo v analizi obravnavali s predpostavko linearne elastičnosti. Rešitev problema je z uporabo MKE podana v inkrementalno-iteracijski obliki s sistemom linearnih enačb. Napetostno-deformacijska analiza problema temelji na simultanem reševanju ravnotežnih enačb (7) z upoštevanjem kompatibilnih (8) in konstitutivnih zvez (9).

$$\sigma_{ij,k} = \rho b_j \quad (7)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{j,i} + u_{i,j}) \quad (8)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (9)$$

kjer  $\sigma_{ij}$ ,  $\rho$ ,  $b_j$ ,  $\varepsilon_{ij}$  in  $u_k$  označujejo napetostni tenzor, gostoto materialov, vektor prostorninskih sil, deformacijski tenzor in vektor pomikov. V območju elastičnosti (za vsa napetostna stanja, kjer je  $F(\sigma_{ij}) < 0$ ,  $F(\sigma_{ij})$  označuje funkcijo tečenja zemljin), v analizi upoštevamo konstitutivni tenzor  $C_{ijkl}$  kot konstanto:

$$C_{ijkl} = E D_{ijkl} \quad (10)$$

$$D_{ijkl} = \nu \delta_{ij} \delta_{kl} / (1 - \nu - 2\nu^2) + \delta_{ik} \delta_{jl} / (1 + \nu) \quad (11)$$

kjer so  $\nu$ ,  $E$  in  $\delta_{ij}$  Poisson'ov količnik, modul elastičnosti in Kronecker-jev delta simbol. Na ploskvi plastičnega tečenja zemljin ( $F(\sigma_{ij}) = 0$ ), tenzor  $D_{ijkl}$  izvrednotimo z enačbo (11) za pričakovana razbremenilna napetostna stanja ( $d\sigma_{ij} F_{,\sigma_{ij}} < 0$ ). Za obremenilna napetostna stanja ( $F(\sigma_{ij}) = 0$  and  $d\sigma_{ij} F_{,\sigma_{ij}} > 0$ ), konstitutivni tenzor izvrednotimo:

$$C_{ijkl} = E (D_{ijkl} - D_{ijmn} G_{,\sigma_{mn}} F_{,\sigma_{pq}} D_{pqkl} / (A + F_{,\sigma_{pq}} D_{pqrs} G_{,\sigma_{rs}})) \quad (12)$$

kjer  $G(\sigma_{ij})$  označuje funkcijo plastičnega potenciala in  $A$  skalarni parameter utrjevanja zemljin. Funkcijo plastičnega tečenja za zemljine z Mohr Coulomb-ovim kriterijem popuščanja podamo:

$$F = p \sin \phi / 3 + q (\cos \phi \sqrt{3} - \sin \theta \sin \phi) / \sqrt{2} - c \cos \phi \quad (13)$$

$\phi$  in  $c$  označujeta kot notranjega trenja in kohezijsko trdnost zemljin;  $p$  in  $q$  ter  $\theta$  podajajo sferno in distorzijsko komponento napetostnega tenzorja ter Lode-jev kot v prostoru glavnih napetosti.

$$p = \delta_{ij} \sigma_{ij} / 3 \quad (14)$$

$$q = \sqrt{S_{ij} S_{ij} / 3} \quad (15)$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} p \quad (16)$$

$$\sin 3\theta = 2\sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{kl} / (3q^3) \quad (17)$$

Pri zemljinah, za katere je značilen normalitetni princip, je funkcija plastičnega potenciala  $G(\sigma_{ij})$  enaka funkciji plastičnega tečenja  $F(\sigma_{ij})$  (asociativni modeli tečenja). Za zemljine z ne-asociativnim modelom tečenja lahko funkcijo plastičnega potenciala izrazimo s funkcijo plastičnega tečenja tako, da v izrazu (13) kot  $\phi$  nadomestimo s kotom  $\psi$  ( $0 \leq \psi \leq \phi$ ).

Zveze med prirastki vozliščnih obremenitev in pomikov za primere prostorske diskretizacije s poljubnimi izoparametričnimi končnimi elementi izvrednotimo:

$$K \Delta V = \Delta R \quad (18)$$

$K$ ,  $\Delta V$  in  $\Delta R$  označujejo togostno matriko elastičnih oz. elastoplastičnih zemljin, vektor vozliščnih pomikov in sprememb obremenitev za poljubni obremenitveni inkrement  $\Delta t$ .

Dobljeni sistem linearnih enačb rešujemo iteracijsko za vse izbrane obremenitvene inkremente z računalniškim programom SPACESOIL. Uporabljena je frontalna metoda. Ker se v poljubnem obremenitvenem inkrementu pojavi tečenje zemljin le v omejenem območju končnega elementa oz. le v posameznih Gauss-ovih točkah, je v programu predvidena tudi ustrezna korekcija rezultatov z upoštevanjem rezidualnih sil.

Reološki parametri zemljin so določeni z laboratorijskimi preiskavami. Na osnovi rezultatov enoosnih in rotacijskih strižnih preiskav smo ugotovili, da so deformacijske karakteristike obravnavanih zemljin linearne v območjih napetostnih stanj  $q \leq 2q_f / 3$ , pri večjih distorzijskih obremenitvah nastopi plastično tečenje. S pogojem plastičnega tečenja zemljin so določeni napetostni nivoji, kjer nastopijo plastične deformacije. Lahko ga podamo v naslednji posplošeni obliki:

$$F(\sigma_{ij}) = k(\kappa) \quad (19)$$

kjer je  $k$  materialni parameter, ki smo ga določili eksperimentalno v posplošeni obliki:

$$k(\kappa) = k(\varepsilon_p) = E(\varepsilon_l \ln \varepsilon_p - \varepsilon_p) \quad (20)$$

kjer  $E$ ,  $\varepsilon_p$ , in  $\varepsilon_l$  označujejo modul elastičnosti, vsoto vseh plastičnih deformacij zemljine in mejno plastično deformacijo, ki jo zemljine dosežejo ob porušitvi. Skalarni parameter utrjevanja podamo:

$$A = -k(\varepsilon_p)_{\varepsilon_p} d\varepsilon_p / d\lambda \quad (21)$$

kjer je  $d\lambda$  proporcionalna konstanta, ki je določena z izrazom:

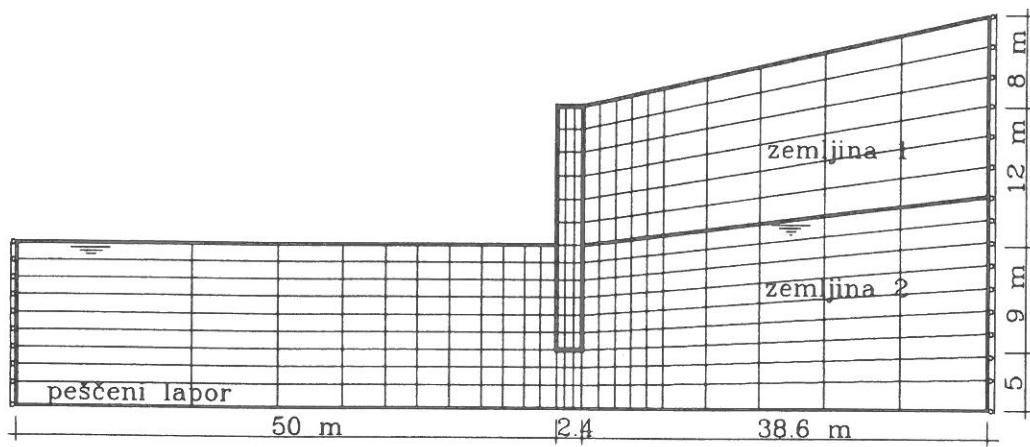
$$d\varepsilon_{ij(p)} = d\lambda G_{,\sigma_{ij}} \quad (22)$$

## PRAKTIČEN PRIMER

Uporabnost prej predstavljene teoretične podlage smo preizkusili na konkretnem primeru konzolno vpete pilotne stene, ki je bila zgrajena v sklopu gradnje objektov "Termal hotela Habakuk" v Mariboru (projektant in izvajalec del firma Geotehnika, 1994). Pilotna stena je v času gradnje služila kot zaščita gradbene jame, kasneje pa je dobila trajno funkcijo kot podpora konstrukcija podzemnih objektov (tenis hala, telovadnica itd.). Pilotna stena je bila zgrajena na južni strani objektov in jih obkroža v skupni dolžini 150 m. Zgrajena je bila po tehnologiji gradnje diafragme, tako da so piloti izvedeni v pravokotnem prerezu, s prekinjenimi izkopi, zavarovanimi z bentonitno izplako. Debelina pilotne stene je 2.40 m, širina pilotov 0.80 m, medosni ramik med piloti pa je 2.0 m. Globina vpetja je med 7.0 in 11.0 m, prosta višina (izkop gradbene jame) pa do 14.0 m. Tla v območju pilotov so izrazito heterogena s površino in sloji nagnjenimi v smeri proti severu. Na lokaciji pilotov so strižne karakteristike tal ugodne, cca. 30 m severno pa tla že preidejo v tipična usedlinska iz glinastih in meljnih zemljin slabih geotehničnih karakteristik. Tako smo v karakterističnem profilu, ki ga tukaj predstavljamo lahko tla obravnavali kot večlojen polprostor z naslednjimi karakteristikami.

Sloji v območju izkopa:  $\phi = 30^\circ$ ,  $c = 20\text{kPa}$ ,  $E = 40000\text{kPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $G = F$ ,  $\varepsilon_l = 0.025$

Nizjeležični sloji:  $\phi = 38^\circ$ ,  $c = 20\text{kPa}$ ,  $E = 50000\text{kPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $G = F$ ,  $\varepsilon_l = 0.020$

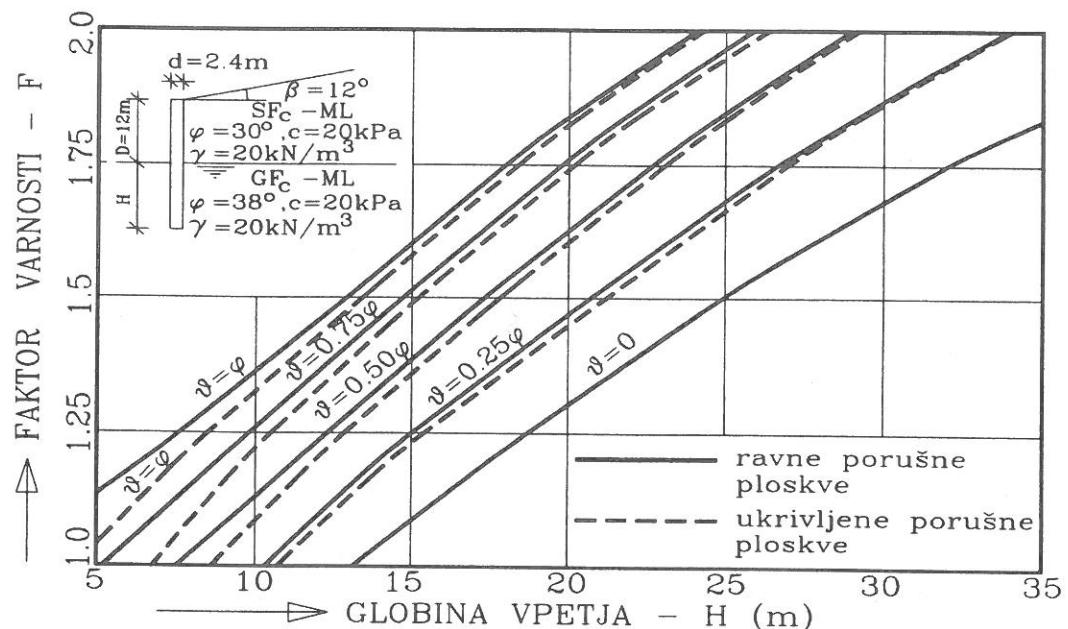


**Slika 2.** Stratigrafski in geometrijski podatki

Izvedene so bile standardne analize stabilnosti konzolne pilotne stene po teoriji mejnega stanja in analize napetostno deformacijskega stanja po metodi modulov horizontalne reakcije tal. Rezultati standardnih geostatičnih analiz so bili primerjani z rezultati analiz po prej predstavljeni teoretični podlagi, za različne primere upoštevanja trenja med pilotno steno in zemljinami. Kasneje so bili rezultati verificirani z meritvami na zgrajeni pilotni steni. Meritve so se izvajale v vseh fazah izvedbe gradbene jame, izgradnje objektov in po končani gradnji).

#### Rezultati analize mejnega stanja porušitve

Mejno stanje porušitve je bilo analizirano po metodi ekstrema za ravne in ukrivljene potencialne porušne ploskve. Analizirane so bile kombinacije za pet različnih vrednosti mobiliziranega trenja med pilotno steno in zemljinami in za pet različnih varnostnih količnikov. rezultati analiz so prikazani na sliki 3.



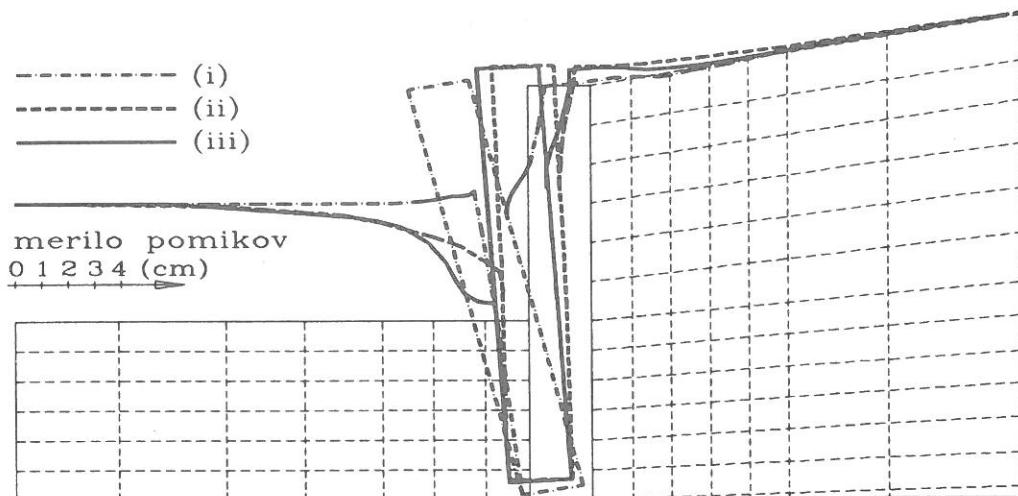
**Slika 3.** Sovisnice potrebne globine vpetosti, varnostnega količnika in trenja med pilotno steno in zemljino

## Rezultati analize mejnega stanja deformacij

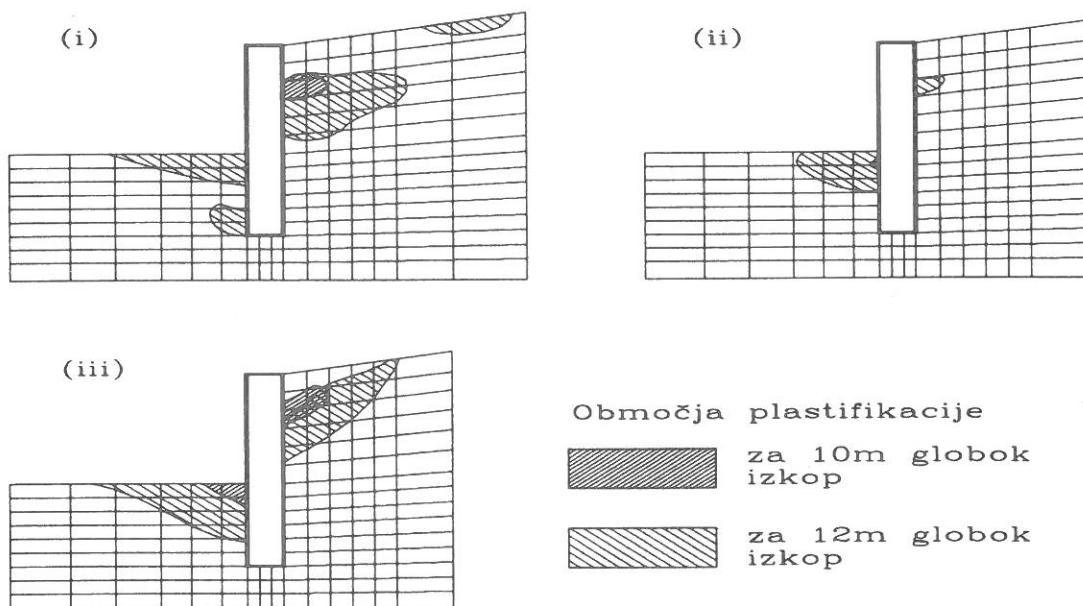
Pobočje s podporno konstrukcijo je bilo za analizo diskretizirano s 325 izoparametričnimi končnimi elementi, s 16 prostostnimi stopnjami. Na kontaktnih ploskvah med konstrukcijo in zemljino so bili uporabljeni brezdimenzijski končni elementi, ki simulirajo stanje diskontinuitet med zemljino in konstrukcijo. Analizirani so bili trije slučaji:

- (i) z dejanskimi strižnimi karakteristikami zemljin, brez trenja na kontaktu s konstrukcijo,
- (ii) z dejanskimi strižnimi karakteristikami zemljin in upoštevanjem trenja na kontaktu s konstrukcijo,
- (iii) z mobiliziranimi strižnimi karakteristikami zemljin in upoštevanjem trenja na kontaktu s konstrukcijo.

Pomiki pilotne stene in širjenje območja plastičnosti za navedene primere so prikazani na slikah 4 in 5.



Slika 4. Pomiki pilotne stene za tri obravnavane primere



Slika 5. Območja plastifikacije za tri obravnavane primere

## ZAKLJUČKI

Rezultati izvedenih geostatičnih analiz in verifikacija z meritvami na zgrajeni pilotni steni potrjujejo predpostavko, da trenje med pilotno steno in zemljinami pomembno vpliva na stabilnost. To še posebej velja za fazo odpiranja gradbene jame, ko se zaradi razbremenitev napetostnega stanja pod gradbeno jamo formirajo strigi na kontaktnih ploskvah med zemljino in konstrukcijo. Pri analizi pilotne stene kot trajne konstrukcije pa je nujno upoštevati tudi kompleksnejše robne pogoje (način izvedbe konstrukcije, dejansko napetostno - deformacijsko stanje v tleh v vseh fazah gradnje, morebitne dinamične obremenitve itd..).

Na osnovi rezultatov izvedenih analiz in po verifikaciji z meritvami na konkretnem objektu ocenjujemo, da je vpliv trenja za stabilnost konzolnih pilotnih sten vsekakor ugoden za stabilnost. Ocena velja kadar imajo tla dovolj visoke strižne karakteristike. Zato je pomembno, da pri projektiranju pilotnih sten, kadar trenje upoštevamo pri analizah stabilnosti za vsak posamezni primer skrbno analiziramo dejanske možnosti aktiviranja trenja in trajnosti njegovega vpliva.

## LITERATURA

1. Desai, S. C. (1984). Constitutive Laws for Engineering Materials, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
2. Owen, D. R. J., Hinton E. (1980). Finite Element in Plasticity, Pineridge Press Limited, Swansea U.K..
3. Naylor, D. J., Pande, G. N., Simpson, B., Tabb, R. (1981) Finite Elements in Geotechnical Engineering, Pineridge Press, Swansea U.K.
4. Škrabl, S. (1992). Interakcija členkasto povezanih temeljnih konstrukcij s tlemi, Doktorska disertacija, Univerza v Mariboru.